

Прегледни рад

UDK 37.016:51

DOI 10.7251/SVR1511235K

ПРОБЛЕМСКА НАСТАВА МАТЕМАТИКЕ У III РАЗРЕДУ ОСНОВНЕ ШКОЛЕ

Проф. др Предраг Ковачевић¹

Независни универзитет Бања Лука

Резиме: Циљ рада је да наставницима приближи овај дидактички систем. У раду је приказана дидактичка, психолошка и гносеолошка вриједност проблемске наставе. Ово је обрађено краћим приказима: проблемска настава, проблемски задатак, проблем, проблемска ситуација. Приказана је потреба и практичан примјер увођења ученика у рјешавање проблема методом дужи. Наглашен је начин и значај рада у групи при извођењу часа.

Кључне ријечи: *Проблемска настава, проблем, проблемска ситуација, рјешавање проблемског задатка, структура проблемског часа математике.*

УВОД

Идеја проблемске наставе није нова. Идеју за њу дао је Русо. Педагози за њу почињу да се занимају крајем XIX вијека. Почетком XX вијека Џон Дјуи модификује познату америчку Пројект-методу у проблем или ситуацијску методу. Експанзија проблемске наставе започиње 1965. године када се у Њујорку одржава, први у свијету, симпозијум о проблемској настави. Код нас је 1984. године одржан први југословенски симпозијум о проблемској настави.

Поред термина „проблемска настава“, код нас се срећу и називи „учење путем рјешавања проблема“, „учење увиђањем“, „проблемско-развојна настава“. Њоме су се теоријски и експериментално бавили: Р. Ничковић, Р. Квашчев, Ј. Ђорђевић, Б. Стефановић, Д. Росандић, Т. Петровић, П. Стојаковић, Н. Ерић и др.

Лоша карактеристика данашње наставе јесте чињеница да у њој доминира „спољашња“ наставникова активност, док је пријекмо потребна „унутрашња“ ученикова активност. Налажење оптималног односа унутрашње и спољашње активности требало би да буде један од задатака истраживача, како у области опште, тако и посебних дидактика. Развијање ставралачке мисаоне и сазнајне способности ученика није могуће без савремене наставе у којој се стварају проблемске ситуације и рјешавају проблеми.

¹ Doktor matematike, dekan Pedagoškog fakulteta NUBL

ПРОБЛЕМСКА НАСТАВА ИМА ДИДАКТИЧКУ, ПСИХОЛОШКУ И ГНОСЕОЛОШКУ ДИМЕНЗИЈУ.

Рјешавање проблема је облик учења који се одликује постојањем тешкоћа, новом ситуацијом и противрјечјем између познатог и непознатог. Ученик свјесном, стваралачком и што самосталнијом активношћу тежи да увиђањем између датог и задатог нађе пут рјешења и тако усвоји нова знања и створи нове генерализације примјењливе у новим ситуацијама. Дакле, неубичајена ситуација учења изазива и подстиче проблем, а стваралачком активношћу ученик открива нове релације и рјешава проблем.

Психолошку димензију сачињава: мотивациони аспект, личносна страна ученика, моменат прихватања проблема, идентификовање с проблемом, подударање циља проблема с личним ставом, усмјереност мишљења у рјешавању проблема.

Поред напријед наведених особености рјешавања проблема потребно је нагласити и дидактичке квалитете: повећање образовног учинка, развијање основних квалитета мишљења и остваривање ужих васпитних ефеката, као што су упорност и самосталност.

Гносеолошку димензију сачињавају умне операције: анализа и синтеза, дедукција и индукција, апстракција и генерализација.

Проблемска настава као концепција реализује се наставним методама. Под методама проблемске наставе подразумевају се оне методе проблемске наставе које стварају проблемске ситуације при обучавању и њиховом коришћењу у педагошке сврхе. Укупност различите примјене проблемских метода назива се системом проблемске наставе. Основне дидактичке категорије проблемске наставе представљају „проблем“ и „проблемска ситуација“. Сама ријеч „проблем“ је грчког поријекла и значи: задатак, спорно питање, питање које се тешко рјешава. Етимолошка одредница проблема као задатак не треба да се схвати као да су проблем и задатак синоними.

До сада смо проблемску наставу приказали кроз дидактичку, психолошку и гносеолошку димензију.

Приказ осталих одредница проблемске наставе биће прилагођен настави математике у нижим разредима основне школе због специфичности математичких проблем задатака.

ПРОБЛЕМ И ПРОБЛЕМСКА СИТУАЦИЈА У ЗАДАЦИМА НАСТАВЕ МАТЕМАТИКЕ

Рјешавање задатака је један од тежих облика рада у школи. Лакше се рјешавају задаци изражени цифрама него задаци са текстом. Рјешавање задатака са текстом зависи и од читања и разумијевања прочитаног. Суштину задатка са текстом, па и математичког проблема, сачињавају ријечи и изрази везани за бројеве као и ријечи које означавају однос радње изражене текстом. Та радња

често је изостављена па ученик треба да је замисли и повеже са бројевима, како би бројеви и радња тог задатка добили јединствен смисао и довели до рјешења задатка.

Није сваки задатак изражен текстом „математички проблем задатак“, нпр. *Производу бројева 9 и 5 додај разлику бројева 72 и 39.* У овом сложеном задатку алгоритам би морао бити познат ученицима јер треба да израчунају производ и разлику, а ријеч „додај“ повезује однос радње у тексту. Како је алгоритам познат, задатак иако сложен, рјешаваће се по утврђеним и наученим правилима. Дакле, то није „проблем задатак“. Међутим, задатак *Патике коштају као 4 мајице, а мајица као 3 поткошуље. Колико коштају патике ако је за мајицу и поткошуљу плаћено 16 км?*

У задатку треба да израчунамо колико коштају патике. Да би израчунали колико коштају патике, ученици морају знати садржај задатка, значење ријечи уз бројеве: коштају као 4 мајице, као 3 поткошуље. Између патика и мајице постоји празнина јер нема вриједности мајице. Ако је ученик прихватио задатак као проблем у којем треба израчунати вриједност патика, код њега се треба јавити и жеља да тај проблем ријешити. Да би проблем ријешити, задатак треба разложити на још уже цјелине, а то је вриједност мајице, а вриједност мајице као вриједност поткошуље.

Дакле, од општих података, анализом доћи до појединачних података. За мајицу која вриједи као 3 поткошуље и једну поткошуљу плаћено је 16 марака, ученика треба подстаћи да закључи колико је то, у ствари, поткошуља плаћено са 16 марака, или га подстаћи да закључи колико у 16 има једнаких дијелова.

На основу изложеног можемо казати да је проблем питање или задатак који у себи садржи противрјечност између датих података и знања која су неопходна за рјешавање те противрјечности. Карактеристика проблемског задатка је да за њега нема готовог алгоритма. Ученик мисаоним поступцима долази до рјешења. Подаци који су за то потребни нису одмах уочљиви.

Проистекло питање или задатак, из проблемског задатка, код ученика изазива тензију, радозналост, зачуђеност и осјећање да се потражи рјешење, и то стање називамо **проблемска ситуација**. Проблемска ситуација потпуно мобилише интересовање, пажњу, машту и мисао ученика. Неопходно је да је наставник на часу и створи добро изабраним и формулисаним питањем које ће потпуно окупирати ученика.

РЈЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМА

Ријешити проблем задатак, у математици нижих разреда, није ништа друго до успоставити – открити везу између датих и тражених величина, података. При рјешавању користе се методе проблемске наставе. Познато је да постоје **директне** (аналитичке, синтетичке и

аналитичко-синтетичке) и **индиректне**. Индиректне методе користи-мо као модел. Настава математике треба да оспособи ученике да дате величине у проблемским задацима представљају моделом дужи. Потребно је оспособљавати ученике да запазе које величине у задатку треба представити дужима, а које ће бити израчунате рјешавањем задатка. У напријед наведеном проблемском задатку величине су:

- патике као 4 мајице,
- мајица као 3 поткошуље,
- поткошуља 1 (једна),
- мајица и поткошуља 16 марака.

Величине садржане у 16 км представићемо дужима, па из услова задатка, видимо да у 16 марака имамо:

поткошуља _____ један дио броја 16,

Напомена:

Дуж представља једну величину мајица као 3 поткошуље _____ три дијела броја 16 или број или дио броја у задатку.

Укупно _____ четири дијела у броју 16, сада ученик треба да закључи да је $4 \cdot x = 16$ и да је добио једначину коју ће ријешити већи број ученика, а израчунаће величину једног дијела броја 16 или вриједност поткошуље. Даљим повезивањем података, проистеклих из услова задатка, доћи ће до вриједности мајице, а потом до вриједности патика и тако ријешити проблем.

Да би се дошло до рјешења проблема, ученици морају увидјети везе и односе међу чињеницама што ће довести до развијања свих врста мишљења. Стално треба уочавати шта је у проблему дато, а шта се тражи. Сви ти покушаји, иако понекад не воде до рјешења проблема, представљају за сваког ученика мисаони напор који позитивно утиче на развијање мишљења.

Рјешавање проблема треба уводити у наставу постепено, а проблемске тешкоће постепено повећавати.

ЕТАПЕ У РЈЕШАВАЊУ ПРОБЛЕМА

Теоретичари проблемске наставе наводе сљедеће етапе у рјешавању проблемских задатака:

- препарација (уознавање елемената проблема);
- инкубација (привидан мир у коме је мисао ипак активна);
- илуминација (изненадно рјешење);
- верификација (провјеравање).

У настави математике у нижим разредима користиће се сљедеће етапе за рјешавање проблемских задатака:

- **Уознавање проблема:** ученик упознаје елементе одређеног проблема, настоји да уочи међусобне везе и односе између података у задатку.

- **Разјашњавање проблема:** ученик врши анализу проблема, уочава непознато, повезује елементе у задатку, користи претходна знања, врши синтезу.

- **Постављање хипотезе:** ученик анализом поставља рјешење проблема.

- **Провјеравање хипотезе:** ученик провјерава да ли је хипотеза тачна, односно да ли је тачан задатак.

Артикулација часа проблемске наставе у математици нижих разреда

Час проблемске наставе математике може имати сљедеће етапе:

- **Стварање проблемске ситуације**

У уводном дијелу часа наставник поставља проблемски задатак настојећи да активира пажњу ученика и створи атмосферу радозналости, осјећања неопходности да се тражи рјешење. Кроз одговарајућу дирекцију наставник указује на правац рјешавања проблемског задатка и тиме мотивише ученика.

- **Рјешавање проблема**

Главни дио часа је рјешавање проблема. Користећи стечена знања и знања стечена у претходној фази часа, ученици рјешавају дате проблемске задатке. Према указаној потреби обраћају се за помоћ наставнику.

- **Вјежбање и утврђивање**

У завршном дијелу часа ученицима се даје проблем задатак са новом компонентом и тражи да се он ријеша.

- **Домаћа задаћа**

Да би се још више учврстило знање у рјешавању проблемских задатак, ученицима треба дати за домаћу задаћу добро осмишљен и формулисан проблемски задатак.

ПРАКТИЧНИ ДИО

НАСТАВНИ ПРЕДМЕТ: Математика

РАЗРЕД: III

НАСТАВНА ЈЕДИНИЦА: Рјешавање проблемских задатака математике методом дужи

ТИП ЧАСА: обрада

МЕТОДЕ: разговор, демонстрација, метода дужи

СРЕДСТВА: графофолија или плакат, лењир, наставни листићи, графоскоп

ОБЛИК РАДА: фронтални, групни, индивидуални

ЦИЉ:

➤ оспособљавање ученика да проблемске задатке моделују дужима;

- развијање креативног мишљења и оспособљавање ученика за рјешавање проблемске ситуације моделовањем помоћу дужи.

1. КОРАК: Представљање проблемског задатка

✓ Бака је од унуке старија 5 пута. Збир унукиних и бакиних година је 72 године.

✓ Колико година има унука, а колико бака?

2. КОРАК: Стварање проблемске ситуације

✓ Колико година има унука?

✓ Колико година има бака?

3. КОРАК: фронтални рад – декомпозиција проблема

✓ **унукине године**

• Чије године сачињавају збир 72 године?

• Како се зову бројеви који сачињавају збир?

• Шта ће бити унукине године у збиру?

• Унукине године у збиру су један сабирак или један дио или једна величина.

Представићемо ту величину са једном дужи.



✓ **Растављање проблемског задатка на уже цјелине**

❖ *тражимо бакине године*

• Колико је пута бака старија од унуке?

• Бака је 5 пута старија од унуке.

• Колико дијелова у збиру чине унукине године?

• Ако унукине године у збиру чине један дио, колико ће дијелова чинити бакине године?

Унукине године смо представили са једном дужи.

Колико ће таквих дужи требати да представимо бакине године?

4. КОРАК: стварање хипотезе – моделовање проблема дужима



унукине године



бакине године

Са слике се види да је 72 састављено из 6 једнаких дијелова. Израчунај један дио. Користећи слику поставићемо задатак као једначину и једначину ријешити.

$6 \cdot x = 72$ Како се израчуна један фактор?

$72 : 6 = 12$, 12 је један дио, а један дио су унукине године.

Према условима задатка бака има 5 тавих дијелова.

$5 \cdot 12 = 60$, 60 су бакине године.

5. КОРАК: *провјера хипотезе*

Провјери да ли ћеш добити збир 72 када сабереш израчунате унукине и бакине године.

$12 + 60 = 72$, унука има 12, а бака 60 година.

6. КОРАК: *рад по групама*

Групе ће добити проблемски задатак са радним листићима, а биће формиране на претходном часу према успјеху из математике. За евентуалне нејасноће при раду обратити се за помоћ наставнику.

ЗАДАТАК ЗА ГРУПЕ

1. Количник два броја је 5 и остатак 2. Збир та два броја је 44. Израчунај те бројеве.

2. У остави су дуње, крушке и јабуке. Има ух укупно 91. Крушака има 2 пута више него дуња, а јабука 2 пута више него крушака. Колики је број плодова дуња, крушака и јабука?

7. КОРАК: *извјештај група*

8. КОРАК: *домаћа задаћа*

1. У штали су краве. Када се саберу њихове ноге, њихове уши и њихови репови добије се број 63.

Колико у штали има крава?

Због обимности чињеница, којих се ученици присјећају и повезују их, ови часови се одвијају знатно спорије па се тешко уклапају у класичан час. Како се ради о динамичној наставној ситуацији, која је изазов учениковој компетенцији, претпоставља се да ученик може дуже задржати пажњу на задатку. Без обзира на спорији ток часа наставник треба да пружи могућност сваком ученику да се исказе и да укаже на своје путеве у рјешавању проблема.

АРТИКУЛАЦИЈА ЧАСА МАТЕМАТИКЕ У МАЛИМ ГРУПАМА

Групни рад на часу се припрема и организује по фазама.

У **првом дијелу часа** наставник ради непосредно са цијелим одјељењем. Тада он:

- упознаје ученике са задатком часа;
- представља проблем задатак;
- ствара проблемску ситуацију;
- открива проблем у задатку;
- врши декомпозицију задатка, тј. раставља проблем задатак на уже цјелине дијелове;
- ствара хипотезу,
- проблемски задатак представља дужима;

- на основу слике, представља проблем задатак једначином;
- рјешава једначину;
- провјерава хипотезу.

Слиједи размјештај група. Групе су формиране на претходном часу математике, овај пут према успјеху.

У другој етапи часа наставник расподјељује диференциране задатке по групама. У овој етапи групама се дијеле материјали за рад, вођама група предочавају се њихови задаци.

Радни листић је састављен из три дијела:

- дио који се односи на задатак;
- дио који се односи на проблемску ситуацију;
- дио који се односи на декомпозицију проблемског задатка.

Прво се даје задатак, са питањима за схватање задатка, након одређеног времена за учење задатка, даје се дио који се односи на стварање проблемске ситуација. Након учења задатка и стварања проблемске ситуације настаје трећа етапа.

У трећој етапи групе самостално раде. Проучавају се питања за декомпозицију проблемског задатка. Сваки члан групе, на основу питања за декомпозицију проблема, рјешава задатак или дио задатка. Када је то обављено, чланови групе усаглашавају своја рјешења и долазе до рјешења проблемског задатка.

У овој фази рада требало би да се покаже предност интерактивне наставе тако што би они који не знају изразили жељу да науче, а они који знају да пренесу своје знање другима. Тако ће се стварати ситуација да ученик учи од оценика.

Четврта етапа у раду група је подношење извјештаја о раду група. Вођа групе саопштава рјешење задатка.

Да би се установило да су сви чланови групе допринијели раду групе наставник ће захтијевати да сваки члан групе на табли прикаже дио рјешења задатка. Тако ће:

- један члан групе представити задатак дужима и образложити,
- други ће представити хипотезу,
- трећи ће доказати хипотезу,
- четврти члан ће провјерити хипотезу.

На овој етапи наставник треба да оспособљава ученике, чланове других група, да постављају питања како је дошло до рјешења појединих дијелова задатка. Тако ће доћи до учења ученик-ученик.

Пета етапа је поступак вредновања резултата рада. Даје се добро осмишљен кратак задатак да би га ученици ријешили за што краће вријеме.

Шеста етапа је давање домаће задаће. Даје се један добро осмишљен задатак.

РАДНИ ЛИСТИЋ ЗА ПРОБЛЕМСКУ НАСТАВУ

ЗАДАТАК

листић бр. 1.

1. Количник два броја је 5 и остатак
2. Њихов збир је 44. Који су то бројеви?
 - Прочитај задатак неколико пута.
 - Анализом задатка:*
 - уочи који су подаци дати у задатку,
 - објасни шта значи друга реченица „Њихов збир је 44“,
 - утврди који се подаци траже у задатку,
 - откриј шта треба израчунати.

СТВАРАЊЕ ПРОБЛЕМСКЕ СИТУАЦИЈЕ

листић бр. 2.

1. Протумачи како је настао збир 44.
2. Објасни колико ће сабирака бити у збиру 44.
3. Размотри како су настала та два сабирка, збира 44.
4. Наведи који је проблем у задатку.

ДЕКОМПОЗИЦИЈА ПРОБЛЕМА – РАСТАВЉАЊЕ ЗАДАТКА НА ДИЈЕЛОВЕ

листић бр. 3.

1. Пронађи у тексту ријечи које ти показују колико бројева даје збир или колико бројева има у збиру.
2. Ако си правилно одговарао на претходна питања, размисли шта ћеш најприје израчунати.
3. Да би то уочио, прочитај прву реченицу у задатку.
 - а) први сабирак*
 - 4. Објасни како настане количник.
 - 5. Наведи како се зове број који дијелимо.
 - 6. Наведи како се зове број којим дијелимо.
 - 7. Размисли о томе шта показује количник.
 - 8. Утврди колико има дјелилаца у дјеленику.
 - 9. Прикажи број дјелилаца краћим једнаким дужима и са три пута краћом дужи од тих, остатак 2.
 - 10. Објасни који дио збира си приказао дужима и остатком 2.
 - 11. Објасни према слици из колико једнаких дијелова и остатка 2 је састављен први број.
 - 12. Објасни које податке сада имаш.
 - 13. Размисли који ти још податак треба.
- б) други сабирак*
 1. Допуни ову реченицу.
Први сабирак је _____ дио збира, други сабирак је _____ дио збира.
 2. Први број си приказао дужима и остатком 2.
 3. Са колико ћеш дужи приказати други број ?
 4. Прикажи други број са дужи.

Долазак до бројева у задатку
Прикажи задатак моделом дужи:

- а) први број
- б) други број

Постављање задатка

Са слике се види да је збир 44 састављен из ____ једнаких дијелова и остатка ____.

Прикажи то као једначину и ријеши једначину.

Провјери рјешење.

РАДНИ ЛИСТИЋ ЗА ПРОБЛЕМСКУ НАСТАВУ

ЗАДАТАК

листић бр. 1.

1. У остави су дуње, крушке и јабуке. Има их укупно 91. Крушака има 2 пута више него дуња, а јабука 2 пута више него крушака. Колики је број плодова дуња, крушака и јабука?

- Прочитај задатак неколико пута.

Анализом задатка:

- уочи који су подаци дати у задатку,
- откриј који се подаци траже у задатку,
- откриј шта садржи број 91.

СТВАРАЊЕ ПРОБЛЕМСКЕ СИТУАЦИЈЕ

листић бр. 2.

1. Објасни шта садржи број 91.
2. Образложи податке у трећој реченици задатка.
3. Издвоји проблем у задатку.

ДЕКОМПОЗИЦИЈА ПРОБЛЕМА – РАСТАВЉАЊЕ ЗАДАТКА НА ДИЈЕЛОВЕ

листић бр. 3.

1. Шта садржи број 91?
2. Према условима задатка у трећој реченици:
 - крушака има:
 - јабука има:
3. Прикажи задатак моделом дужи:
 - број дуња
 - број крушака
 - број јабука
4. На основу слике утврди колико има једнаких дијелова у броју 91.

Записивање задатка

5. На основу дужима представљеног задатка запиши задатак.
6. Ријеши задатак.

7. Према условима задатка назначи број:

дуња _____

крушака _____

јабука _____

8. Провјери рјешење задатка.

Листићи треба да буду одвојени један од другог. За прва два ограничити вријеме тако што ће одређено вријеме групе учити задатке и анализирати их, затим на основу питања у другом листићу откривати проблем у задатку и помоћу питања на трећем листићу приступити рјешавању задатка.

У случају да се појаве веће тешкоће при датој дирекцији, дирекција се може промијенити, а ако и послје промјене остану тешкоће, наставник ће приступити рјешавању датог задатка. Без обзира што ти покушаји нису довели до рјешења, они представљају за сваког ученика мисаони напор који утиче на развијање мишљења.

ЗАКЉУЧАК

У наставном процесу је од велике важности ученицима пружити могућност да самостално раде и откривају математичке истине, односно како бисмо што чешће од њих чули узвик задовољства: ЕУРЕКА!

PROBLEM TEACHING IN MATHEMATICS IN THE THIRD GRADE OF PRIMARY SCHOOL

Professor Predrag Kovačević PhD

Abstract: The aim is to provide teachers this didactic sistem. This paper presents a didactic, psychological and gnoseological value problem of teaching. The study included a short overview: seminars, problem-solving task, problem, problem situation. Displayed is a need and a practical example of introducing students to problem-solving method of a line. Empfaised is the way and the importance of group work during working time-class time.

Keywords: *teaching problems in math, problem, problem situation, problem-solving tasks, the structure of the problem math class.*

ЛИТЕРАТУРА

1. Дејић М. (1998). Кратак осврт на проблемску наставу, *Наша Школа* бр. 1-2, стр. 104-120
2. Ђаковић Ј., Ђаковић П. (2004). Методе рјешавања проблемских задатака, *У планирање и припремање за наставу*, Завод за уџбенике и наставна средства Српско Сарајево
3. Билотијевић Н. (2007). Сарадничка (коперативна) настава, *Образовна технологија* бр. 1-2., стр. 45-64

4. Кука М. (2005). Појмовно одређење дидактичког система, Проблемска настава, *Образовна технологија* бр., 2., стр. 24-29
5. Цветковић М. (2007). Проблемска настава, *Образовна технологија* бр. 1-2., стр. 69-72
6. Бранковић Д. (1996). Интерактивно учење у пороблемској настави. У интерактивно учење Бања Лука, Министарство просвјете Републике Српске и УНИЦЕФ канцеларија у Бањој Луци.