<u>Pregledni rad</u>

UDK 519.852

DOI br. 10.7251/SVR1408180M

COBISS.SI-ID 4266520

TEORIJA IGARA I LINEARNO PROGRAMIRANJE

Prof. dr Marinko Markić[1]

Fakulet za poslovne studije i pravo Beograd

Dr. sci Branka Marković[2]

Univerzitet Travnik

Apstrakt: Teorija igara predstavlja uopšteno razmatranje problema igara. Pojava teorije igara tek sa pojavom linearnog programiranja će dobiti na značenju, jer tek tada dolazi do aktualizacije ove teorije. Tada je pokazano da se svaki linearni program sa odgovarajućim dualnim problemom može svesti na jedan specijalan slučaj igre. Poznato je da se specijalni slučaj „igre dva lica sa rezultatima nula" mogu svesti na problem linearnog programiranja.

Ključne riječi: *matrica plaćanja, programiranje, očekivana vrijednost, teorem.*

UVOD

U savremenom društvu, menadžeri su ti koji odlučuju i donose konačnu odluku u pojedinim poslovnim sistemima. Na osnovu određenog broja mogućih alternativa, menadžer bira jedno rješenje u određenoj situaciji kao određenu strategiju. Donošenje odluke je sa jedne strane vještina, a sa druge nauka. Sa naučne strane metode pripremanja odluka svrstavaju se u ekonometrijske metode. Jednu grupu ekonometrijskih metoda predstavljaju linearno i nelinearno programiranje. Ove metode moguće je primijeniti uz konstruisanje modela. Korištenjem bilo kojih modela dobije se optimum koji je samo nešto bliže stvarnom stanju, jer modeli predstavljaju pojednostavljenje stvarnosti.

MATRICA PLAĆANJA

Ako igrač J_1 ima *m* strategija, a igrač J_2 ima *n* strategija, tada postoji *m;n* različitih mogućnosti igranja, a s tim *m n* brojeva koji predstavljaju odgovarajuće iznose plaćanja.

---

[1] Univerzitet u Travniku

[2] Univerzitet "Union Nikola Tesla" Beograd, Fakultet za poslovne studije i pravo Beograd

Šematski prikaz mogućih dobitaka igrača J_1 od igrača J_2 u zavisnosti od izbora strategije, dat je matricom

		Strategija igrača J_1			
		1	***2***	***s***	***n***
Strategija igrača J_2	*1*	a_{11}	a_{12}	a_{1s}	a_{1n}
	2	a_{21}	a_{22}	a_{2s}	a_{2n}
	r	a_{r1}	a_{r2}	a_{rs}	a_{rn}
	m	a_{m1}	a_{m2}	a_{ms}	a_{mn}

Ili u vidu matrice plaćanja za igrača J_1

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Slično, matrica plaćanja za igrača J_2

$$B=\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{2n} \\ b_{m1} & b_{m2} & b_{mn} \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} -a_{11} & -a_{12} & -a_{1n} \\ -a_{21} & -a_{22} & -a_{2n} \\ -a_{m1} & -a_{m2} & -a_{mn} \end{bmatrix}$$ što znači da je **B= −A**

Matrica plaćanja ima *m* vrsta, tj. strategija za igrača J_1 i *n* kolona strategija za igrača J_2. Iznos plaćanja nalazi se u presjeku jedne strategije igrača J_1 i jedne strategije igrača J_2.

Ako se igranje ponovi više puta, *k* puta, gdje je *k* konačan broj, svaki od igrača će prema raspoloživim strategijama imati jedan program izbora različitih strategija.

Ako proporcije pojedinih programa uzmemo kao elemente vektora:

$X=\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix}$ i $Y=\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}$

gdje je $x_1;x_2 \geq 0$ i $x_1 + x_2=1$, odnosno $y_{1;}y_2 \geq 0 \ i y_1 + y_2 = 1$ a matrica plaćanja označena sa

$A=\begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Bmatrix}$ vrijednost ili pojedinačan gubitak igrača J_1 može se definisati na sljedeći način :

$\in(x,y)= x'Ay = (x_1;x_2)\begin{Bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{Bmatrix}\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}$

Ako sa *x* i *y* označimo programe strategija igrača J_1 i J_2 tj.

$$X=\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_m \end{bmatrix} \qquad Y=\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_m \end{bmatrix}$$

Gdje je $x > 0$ i $\sum_{x=1}^{m} x_i = 1$

i $y \geq 0$ i $\sum_{i=1}^{n} y_i = 1$

a sa $A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix}$ matrica plaćanja reda *(m;n)*

Očekivana vrijednost igrača J_1 definiše se:

$$\in (x; y) = x' Ay \text{ ili}$$

$$\in (x; y) = (x_1; x_2 \cdots x_n) \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & a_{2n} \\ a_{m1} & a_{m2} & a_{mn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_m \end{bmatrix}$$

Potražimo vezu između linearnog programiranja i teorije igara.

Neka je dat linearni program:

$$(max)f = c_1 x_1 + c_1 x_2 + \cdots + c_n x_n$$
$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n \leq b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n \leq b_2$$
$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_1 + \cdots + a_{mn}x_n \leq b_m$$
$$x_1 x_2 \cdots x_2 \geq 0$$

I odgovarajući dualni problem:

$$(min)y = b_1 y_1 + b_2 y_2 + b_m y_m$$
$$a_{11}y_1 + a_{12}y_2 + \cdots + a_{1m}y_m \geq c_1$$
$$a_{12}y_1 + a_{22}y_2 + \cdots + a_{m}y_m \geq c_2$$
$$a_{1n}y_1 + a_{2n}y_2 + \cdots + a_{mn}y_m \geq c_n$$

Ako postoji optimalno rješenje tada je *(min)x=(max)f*

Matrica sistema je koso simetrična. Prema osobini teorije igrača, ako je matrica plaćanja koso simetrična ista strategija je optimalna za oba igrača, sa vrijednošću igre jednaka nuli.

Problem „igara dva lica" sa rezultatom nula svodi na problem linearnog programiranja.

OSNOVNA TEOREMA TEORIJE IGARA

Ako pretpostavimo da igrač J_1 ima promjenljivu strategiju $x > 0$; $I_x - 1$ gdje je *I* suma vektora, a igrač J_2 ima strategiju *s*, tako da očekivana vrijednost za igrača J_1 ne može biti manja od V_1 imamo sljedeće:

$\sum_{i=1}^{m} a_{is} x_i > V_1$ *(s=1,2,3,...,n)* ili u obliku

$A' x > V_1$; I' ; $x > 0$; $I_x = 1$gdje je *A* matrica plaćanja.

Uvedemo sljedeće elemente:

$P_r = \frac{x_r}{V_1} P_r > 0\ (r = 1,2,3,\cdots m)$ tako da prethodna relacija postaje:

$$I_p = \frac{1}{V_1} = vA'p - I'p > 0$$

Ako se zahtjeva da igrač J_1 odredi strategiju za koju je očekivana dobit V_1 maksimalna, time je *v* minimalno, dolazimo do standardnog oblika linearnog programiranja:

$$I_p = \frac{1}{V_1} = (min)v \; ; A'p > I' \; ; p > 0$$

Suprotno, igrač J_2 sa strategijom *y*$> 0;\ I_p - 1$ želi učiniti dobitak za J_1 minimalan, znači:

$$\sum_{s=1}^{n} a_{rs} y_s < V_2 \, (r=1,2,3,....m)$$

V_2 je očekivana dobit za igrača J_1 a gubitak za igrača J_2.

Prethodna relacija u matričnom postupku je:

$$Ay < V_2 I' \; ; y > 0; \; I_y = 1$$

Ako postavimo sljedeći uslov:

$$g_s = \frac{y_s}{V_2} \; ; g_s > 0 \, (s=1,2,3,...n) \text{ imamo:}$$

$$I_g = \frac{1}{V_2} A_g < I' \; ; g > 0$$

Ako postavimo uslov da igrač J_2 odredi strategiju za koju je gubitak V_2 dobitak za igrača J_1 minimalan, dolazimo do sljedećeg problema linearnog programiranja:

$$I_g = \frac{1}{V_2} = (max)f \; ; \; A_g < I' \; ; g > 0$$

Prema posljednjim uslovima za igrača J_1 i igrača J_2 , zaključujemo da postoji rješenja koja se svode na primarni i dualni problem linearnog programiranja.

Optimalno rješenje uvijek postoji, tj.

$$(min)v=(max)f$$

$$(max)V_1 = (min)V_2$$

ZAKLJUČAK

Svaki linearni program sa odgovarajućim dualnim problemom može se svesti na jedan specijalni slučaj igre, poznato „*igra dva lica sa rezultatom nula*“, odnosno „*igra dva lica sa rezultatom nula*“ može se svesti na problem linearnog programiranja.

Principi ove igre su bliski igrama u običnom životu. Često u poslovima koje obavljamo postoji sukob interesa.Igrače J_1 i J_2 moramo shvatiti vrlo uopšteno kao proizvođač i tržište, investicije i potrošnja, razmjena između dvije zemlje.

Teorija igara koja je data sa širokim namjerama u pogledu rješavanja velikog broja problema, nije bilo moguće primijeniti u praksi bez linearnog programiranja.

Pojavom linearnog programiranja dolazi do potpune aktualizacije ove teorije.

THE THEORY OF GAMES AND LINEAR PROGRAMMING

Professor Marinko Markić Ph.D.

Branka Marković Ph.D.

Abstract: Game theory is a general consideration of the problem of games. The emergence of game theory only with the advent of linear programming will gain in significance, because only then come to update this teorije. Tada shown that any linear program with corresponding dual problem can be reduced to one special case of the game. It is known to be a special case of "two-faced game with zero results" can be reduced to a problem of linear programming.

Keywords: *matrix payments, programming, the expected value theorem*

LITERATURA

1. Allen R. O. D. (1957). *Mathematical Economiks*, London
2. Gass S. (1964). *Linear Programming Mc-Graw-Hill*, New York
3. Lange O. (1960). *Uvod u ekonomiju*, Veselin Masleša, Sarajevo
4. Martić Lj. (1966). *Matematičke metode*, metode za ekonomsku analizu, Mate, Zagreb
5. Mc Kinsey J. C. (1966). *Introduction tothe Theory og Games*, Mc Graw-Hill
6. Mirković D. (1964*). Osnovi linearnog programiranja*, Sarajevo